

MBS トレーディングにおける戦略的一考察¹⁾

足立 光生²⁾

1. はじめに

米国におけるモーゲージとは不動産を担保として Mortgage Bank や S&L が貸し付けるローンのことであり、モーゲージ担保証券 (MBS) はクーポンや満期などの契約条件の似通ったモーゲージをプールしたうえで生成される新たな金融商品である³⁾。モーゲージ担保証券は、特殊な政府系企業 (GSE) により貸し倒れリスクから免れている。ただしモーゲージ担保証券の価格付け (プライシング) は国債や社債などの債券の価格付け以上の技術が必要であると考えべきであろう。それはモーゲージの借り手が残存元本を一括払いして支払いをうち切り、残存ローンをより低い契約利子でリファイナンスするリスク、すなわち「期限前返済リスク」に起因する⁴⁾。モーゲージの借り手が期限前返済する理由は、1) 再融資金利の低下、2) 転職、職場移動、3) 定年退職、4) 離婚などが挙げられる。ただしこのような理由が背景にあっても、必ずしも期限前返済行動にむすびつくとは限らない。

モーゲージ担保証券購入者にとって借り手が期限前返済行動をおこなった場合、市場レートに較べて相対的に高い利率を享受していた機会が消滅すると同時に、再投資するときには相対的に低いレートで融資しなければならない。すなわち長期的に見込まれていたキャッシュフローの停止の影響に伴い、証券購入者にとって負の効用をもたらす⁵⁾。すなわち購入者は、他の同残存期間、同クーポンの債券よりも「一定の割引」を考慮にいったプライシングを行う必要がある。では購入者はどのようにプライシングを行ったらよいのだろうか。

モーゲージ担保証券のプライシングはこれまで様々な研究がなされてきた。現在は様々な複雑なアプローチがとられるようになってきているものの、全体を通じて基本的な論点としては「借

-
- 1) 当研究においては文部科学省科学研究費補助金を受けた。また当研究は大阪銀行協会の助成を受けて平成 12 年 2 月に報告した「Jump を前提にした金融派生商品評価～モーゲージ担保証券の期限前返済モデルへの応用を視野に入れて」を土台として、その後の新しい研究成果を加えて、書き直したものである。
 - 2) 愛知県日進市米野木町三ヶ峰 4-4 名古屋商科大学 TEL 0561-73-2111 (内線 24201)
E-mail: adachi@nucba.ac.jp
 - 3) なお本稿が対象とするのは、モーゲージ担保証券のなかでも一般的な完全償還型のモーゲージパススルー証券である。
 - 4) 期限前返済に特定の条件を要求されるモーゲージも存在する。しかし連邦住宅局が保険を発行しているモーゲージや、復員軍人局が退役軍人を対象に保証することを確約しているモーゲージに関しては全て期限前返済が可能である。
 - 5) 米国では 1980 年代に、モーゲージデリバティブ (MBD) の開発がはじまった。MBD の基本的技術の一例として、モーゲージ担保証券を PO (プリンシパル・オンリー) と IO (インタレスト・オンリー) に分割する技術がある。かりにモーゲージ担保証券が PO と IO に分割され、別々の投資家に所有されるとすれば、PO の所有者にとって期限前返済は望ましいが、IO の所有者にとっては望ましいものではない。たとえば 94 年 3 月には MBD に投資を集中していたアスキ・キャピタル・マネジメントが 20 億ドルのファンドを清算した。また 94 年 8 月にはパイパー・キャピタル社の一マネージャーが MBD への投資から 7 億ドルの損失を計上した。

り手の期限前返済行動をどのようにモデルに織り込むか」であった。初期の考察である Brennan and Schwartz [1977] では、期限前返済をモーゲージ担保証券プライシングモデルのなかに織り込むことに対して消極的な記述体系しかみられない。その後 Dunn and McConnell [1981] は、期限前返済が Poisson 過程に従うモデルを提示した。Dunn and McConnell [1981] を基本モデルとして、その後数多くのモーゲージ担保証券プライシングモデルが提示された。特に期限前返済モデルの推定とモデル構築を相互補完する Schwartz and Torous [1989]、Schwartz and Torous [1992] などが挙げられる。その他に興味深い応用事例として、Chan [1996] はプライシングにニューラルネットワークを導入している。また最近の有意な事例として Kariya and Kobayashi [2000] はモンテカルロ法によるモーゲージ担保証券プライシングを提示している。また当枠組みを 3 ファクターモデルに拡張した研究として Kariya, Ushiyama, and Pliska [2002] が挙げられる。

本稿は基本モデル Dunn and McConnell [1981] を土台としながら、モーゲージ担保証券のプライシング戦略について「トレーディング戦略」という視点から考えていきたい。本稿の最後にはトレーディング戦略構築例を例示する。

2. 土台とするモデル

2-1. 初期段階における研究

モーゲージ担保証券プライシングの初期研究の一例として、単純なシングルファクターモデルを提示した Brennan and Schwartz [1977] が挙げられる。期限前返済行動を積極的に考慮しなければ、Brennan and Schwartz [1977] の枠組みで考えることも可能である。たとえば以下のように、CIR 型金利期間構造モデル (Cox, Ingersoll, and Ross [1985]) などでモーゲージ担保証券プライシングを行うことが考えられる⁶⁾。CIR モデルはリスクフリーレート (r) が、

$$dr = k(m-r)dt + \sigma\sqrt{r}dz. \quad (2.1)$$

ただし

k ≡ 調整加速係数 $k > 0$

m ≡ 長期的な平均瞬間リスクフリーレート $m > 0$

σ ≡ 瞬間的な標準偏差

dz ≡ 標準ブラウン運動

で与えられる。

2-2. Dunn and McConnell [1981] モデル

期限前返済行動を重要なファクターとして認識することは、モーゲージ担保証券プライシングにとって基本的に重要である。具体的に期限前返済そのものを希現象として捉える、すなわちモーゲージの借り手の期限前返済を Poisson 分布のイベント (λ) として捉えることが考え

6) Cox Ingersoll and Ross [1985] における金利モデルは 1985 年に公表される前にも、シカゴ大学の unpublished manuscript として度々引用されている。Vasicek モデル (Vasicek [1977]) では金利の確率過程に Ornstein-Uhlenbeck 過程を採用したため、金利が負の値を取る可能性があったものの、CIR モデルは平方根モデルを採用し負の金利から免れている。

られる。このようなモーゲージ担保証券プライシングについて最初に考察を行ったのは、Dunn and McConnell [1981] である。ただしこの論文の背景には株式オプションプライシングモデルである Merton [1976] の Jump-Diffusion モデルが色濃く存在する (Merton [1976] の Jump-Diffusion モデルの概観は表 1 を、モデルの意義については足立 [2003] をみよ)。

表 1 Merton の Jump-Diffusion モデル

① 偏微分方程式形

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + (r - \lambda k) S F_S - F_\tau - rF + \lambda E \{ F(SY, \tau) - F(S, \tau) \} = 0.$$



② Closed Form

$$F(S, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda\tau)(\lambda\tau)^n}{n!} \left[E_n \left\{ \mathbf{BS}_{73} \Big|_{S \rightarrow SX_n \exp(-\lambda k\tau)} \right\} \right].$$

ただし

$$\mathbf{BS}_{73} = \mathbf{BS}_{73}(S, \tau, \Xi, r, \sigma^2) = S\Phi(d_1) - \Xi \exp(-r\tau)\Phi(d_2),$$

$$\Phi(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2}\right) d\omega,$$

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{\Xi}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}.$$

③ 特例 1

$$F(S, \tau) = \mathbf{BS}_{73} \Big|_{r \rightarrow r + \lambda}.$$

④ 特例 2

$$\text{Var}(\log X_n) = \delta^2 n, \quad E_n(X_n) = \exp(nY), \quad \lambda' = \lambda(1 + K).$$

$$F(S, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda'\tau)(\lambda'\tau)^n}{n!} \left[E_n \left\{ \mathbf{BS}_{73} \Big|_{\sigma^2 \rightarrow \sigma_n^2 = \sigma^2 + n\delta^2/\tau, r \rightarrow r_n = r - \lambda k + nY/\tau} \right\} \right]$$

S : 原資産価格

F : オプション価格関数

τ : 派生商品の満期までの残存期間

λ : Poisson イベント

r : 安全資産利子率

σ : 重要な新しい情報が全く到着しないときの瞬間的期待収益率の標準偏差

Ξ : 行使価格

K : Poisson イベントが起きたとき原資産価格が何倍になるかを Y で表現したとき、Y-1 の期待値

本節ではDunn and McConnell [1981] は CIR 型金利期間構造モデルの導出仮定に以下の仮定を付加する。

- ① 期限前返済は Poisson 過程に従い、Poisson 確率変数 y は以下を満たす。

$$dy = \lambda dt = \lambda(r, \tau) dt = \begin{cases} 0 & \text{期限前返済発生せず} \\ 1 & \text{期限前返済発生} \rightarrow \text{MBSは消滅.} \end{cases} \quad (2.2)$$

ただし、

r : 利子率

τ : 残存期間

λ : 単位時間に、現存するモーゲージを借り手が期限前返済する確率

また、微小区間 $(t, t+h)$ において期限前返済が 1 回おこる確率 $= \lambda h + o(h)^7$

微小区間 $(t, t+h)$ において期限前返済がおこらない確率 $= 1 - \lambda h + o(h)$

微小区間 $(t, t+h)$ において期限前返済が 1 回以上おこる確率 $= o(h)$

- ② 期限前返済は他の市場要因と無相関、かつ純粋にノンシステマティックである。

PDE 導出に関しては期限前返済を考慮した準備が必要である。まずモーゲージ担保証券価格を前節と同様 $V = V(r, \tau) = V(r(t), \tau)$ とおくが、ここで

$$\lim_{r \rightarrow \infty} V(r, \tau) = 0. \quad (2.3)$$

を付加する。

次に残存元本を $F = F(\tau)$ とすれば⁸⁾、 V と F のあいだには以下のような等式、不等式が成立する。

$$V(r, \tau) \leq F(\tau). \quad (2.4)$$

$$V(r, 0) = F(0). \quad (2.5)$$

またモーゲージの連続時間における支払いは期限前返済を考慮にいれて

$$\text{Payout Rate} = P(\tau) + \lambda(F(\tau) - V). \quad (2.6)$$

となる。すなわちモーゲージ担保証券から生じる瞬間的な収益を $\Phi(r, \tau)$ とすると、PDE のドリフト項は $\Phi(r, \tau)$ から Payout Rate を減ずる必要がある。また V の全微分 dV が単独で確率過程を構成することはできず、 $dV - (F(\tau) - V)dy$ において考える必要がある。ここで瞬間的期待収益の標準偏差を $\Psi(r, \tau)$ とすると

$$dV - (F(\tau) - V)dy = \{\Phi(r, \tau) - P(\tau) - \lambda(r, \tau)(F(\tau) - V)\}dt + \Psi(r, \tau)dZ \quad (2.7)$$

また金利リスクの市場価格 Θ を、

$$\Theta = k \left[\frac{m}{R(\infty)} - 1 \right] - \frac{\sigma^2 R(\infty)}{2km} \quad (2.8)$$

ただし、 $R(\infty)$: 長期にわたる利子率

7) 値の増え方の程度 (位数) を表記する法 (o 記法)。

f, g を h の関数として h がある値にむかう時、 $\left| \frac{f(h)}{g(h)} \right|$ が無限小ならば $f(h) = o(g(h))$ とする。

8) 期限前返済が行われた際、投資家が授与するのは V ではなく $F = F(\tau)$ である。

とすれば、Dunn and McConnell [1981] のモーゲージ担保証証券プライシングモデルは、

$$\frac{1}{2}\sigma^2 r \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \{k(m-r) - \Theta r\} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial \tau} - rV + P(\tau) + \lambda(r, \tau)[F(\tau) - V] = 0 \quad (2.9)$$

となる。証明⁹⁾はDunn and McConnell [1981] を参照せよ。

3. 戦略構築の前に（Dunn and McConnell [1981] の解釈）

Dunn and McConnell [1981] の期限前返済を考慮したモーゲージ担保証証券プライシングモデルは基本かつ重要なモデルである。ただしこのモデルを実際のプライシングに使用するにあたっては、いくつかの不明な点を残すとともに、さらなる応用性を有している。まず不明な点については、(2.9) の偏微分方程式の数値解法をどのように可能とするか、具体的にはどのように λ を決定すべきかという問題に帰結する。また応用拡張性としては、その後発表された forward rate model への応用拡張性を考慮する必要がある。これらについて順次考察する。

3-1. λ 決定法

Torous, W.N. [1995] は、期限前返済に関する期限前返済関数の構築ならびに λ 特定化について述べている。一定時間以内の期限前返済関数は有用な Risk Factor を推定して、それらに関する適切な過去のデータがあれば構築することができる。よって一定の λ を最尤法などで推定することは「統計学的に」十分可能である。さらに Torous, W.N. [1995] では、バーンアウト現象などを考慮した場合、期限前返済は経路独立と考えるよりはむしろ経路依存型であるとしている。この場合、数値計算との並行的なシミュレーションが必要となる。

このような λ の推定方法は理論的には適切であるものの、本編第4章では別の戦略を提示したい。

3-2. 偏微分方程式の数値解法の可能性

経路独立型である場合、 λ をきちんと特定して、かつ (2.9) 式におけるその他の変数の値が明確に得られるならば (2.9) 式は偏微分方程式の一般的な差分法で解析解を得られる。経路依存型である場合も解析解を得ることは可能である。

3-3. forward rate model への応用拡張性

Dunn and McConnell [1981] を forward rate model に拡張すること、たとえば Ho-Lee model (Ho and Lee [1986]) や HJM モデル (Heath, Jarrow and Morton [1992]) などの有用な forward rate model の枠組みで考えることは可能だろうか。Wang [1997] は無裁定性条件を考慮に入れながら Ho-Lee model に Jump-Diffusion を挿入する考察を行っている。これは Jump を金利 Jump に特定し、モーゲージ担保証証券プライシングを意図したものではない。また土台として Dunn and McConnell [1981] を使用したものでもない。しかしモーゲージ担保証証券プライシングの研究領

9) (2.7)、(2.1) に伊藤の定理を使用した後、無裁定ポートフォリオを作ればよい。

域において Wang [1997] は有用なモデルとなることが期待される（巻末付録で Wang [1997] に関する基本的検証を行っている）。

4. 戦略

前章で解説したように、 λ は最尤法によって推定するのが一般的である。Dunn and McConnell [1981] においては、こうした λ 推定方法が（確率測度ならびにモデルの存在条件を考慮した場合、）モデルと整合的であり、モデルを取り巻く環境自体を安定化させる。またトレーディングにおける戦略としては、 λ などの変数を戦略的変数として活用できる。これは 3 章によれば、
<戦略 1> 経路依存型期限前返済関数を通じた λ 推定によるプライシング
<戦略 2> 経路独立型期限前返済関数を通じた λ 推定によるプライシング
の 2 つの戦略が考えられる。バーンアウトなどの現象を考慮した場合 <戦略 1> に有意性があるようにもみえる。しかし「稀な現象は、そもそも稀に起きるから稀である」ことを考えれば、経路に依存しないという <戦略 2> の考え方も強ち否定できない。すなわち <戦略 1> においても <戦略 2> においてどちらを選択するかは、トレーダーの主観によるところが大きいと考えられる。

ところが、モーゲージ担保証券プライシングを、現実市場におけるトレーディング戦略という視点から眺めた場合、<戦略 1> や <戦略 2> のような最尤法による λ 推定方法は、実際にどこまで遵守すべきか疑問である。たとえば「市場からリターンを得たい」といったトレーダー側のインセンティブと、モデルの存在条件を遵守する理論家側のインセンティブが整合するとは限らない。特に、対峙している金融市場が不安定性を加速している場合、 λ を過去のデータから推定する行為は些か無防備ともいえる。

すなわち現実の市場における戦略は <戦略 1> や <戦略 2> にとどまらず、
<戦略 3> 統計学的な見地に立脚しない λ 推定によるプライシング
を考えることもできる。<戦略 3> は、<戦略 1> や <戦略 2> にくらべてより自由度の高いものであり、トレーダー本人のストラテジーに背反しなければどのようなものでも可能である。本章では <戦略 3> の一例として、Agent Approach を使った例を示す¹⁰⁾。

<戦略の一例>

足立 [2003] では Poisson 回帰式での変数決定が不可能な程の不安定性を持つ金融市場において、Jump-Diffusion モデル (Merton [1976]) の λ 決定法を述べている。ここでは、Jump への恐怖心があたかも伝染病のようにトレーダー間拡散するため、Jump がおきるとして、Contact Process¹¹⁾ を使い系 3.10 を提示した。足立 [2003] の系 3.10 を要約すれば

不安定性を持つ金融市場において λ は、

- 1) トレーダー間で情報が伝播する次元数 (d) を測定し、
- 2) 次元に対応する Contact Process における臨界確率値 $\Lambda_c(d)$ を決定し、

10) これは戦略の一例であり推奨するものではない。あくまでも現実のプライシングは自己の責任においてなされるべきものであり、その際、筆者はいかなる責任も負わない。

11) Contact Process の詳しい定義としては Harris [1974] を見よ。

$$3) \lambda = \frac{1}{2d\Lambda_c(d)} \text{ とする}$$

ものであった。系 3.10 は Contact Process の臨界値の厳密解が現在において明確でないことから証明は難しく、証明のかわりにシミュレーションを行っているものの完全証明はなされていない。しかし仮にこの系が有意であれば、Merton [1976] の Jump-Diffusion モデルと同じフレームワークに立脚する Dunn and McConnell [1981] のモーゲージ担保証券プライシングモデルへの応用にも十分応用できる。足立 [2003] は株式トレーダー間 Jump への恐怖心が拡散するため、Jump が起きるとしたが、ここではモーゲージ担保証券の取引市場におけるトレーダーに置き換えれば良い。Jump を生起する主体はモーゲージの借り手であるが、取引市場でのトレーダー間の期限前返済への恐怖心が Jump を生起し、それが現実に跳ね返るケースを想定する。

すなわち、系 3.10 の有意性が証明できれば、たとえば以下の戦略例が提示できる。

<戦略例>

プライシングモデル

$$\frac{1}{2}\sigma^2 r \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \{k(m-r) - \Theta r\} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial \tau} - rV + P(\tau) + \lambda(r, \tau)[F(\tau) - V] = 0$$

$$\text{ただし、}\lambda = \frac{1}{2d\Lambda_c(d)}$$

このモデルによる理論価格と現実の価格を比較して、鞘取り行為を行うものとする。

おわりに

本稿ではモーゲージ担保証券のもっとも基本的モデルをトレーディング戦略として活用することをλ決定の視点から考えた。複数の戦略における優位性の検証などは、今後の課題としたい。

付録

Wang [1997] への考察～ Jump-Diffusion 過程をもつ Ho-Lee model ～

Ho-Lee model (Ho and Lee [1986]) は HJM モデル (Heath, Jarrow and Morton [1992]) と並ぶ代表的な forward rate model である。Wang [1997] は無裁定性条件を考慮に入れながら Ho-Lee model に Jump-Diffusion を挿入する考察を行っている。

このモデルの第一の貢献はまず forward rate model の枠組みの中で Jump-Diffusion を想定していることである。Dunn and McConnell [1981] 等が spot rate model の枠組みに起因することから考えてこれは大きな進展であることに間違いない。また Wang [1997] の Jump Magnitude の発想自体が Ho-Lee model の基本的枠組みを十分に反映している点も興味深い。Wang [1997] の特徴はモデルの中で金利の拡散ドリフト項を調整していくことで無裁定性を確保していく過程にある。Wang [1997] のモデルはそれ自体がモーゲージ担保証券プライシングモデルを意図したものでないにもかかわらず¹²⁾、モーゲージ担保証券等への多様な拡張性を備えていると考えられる。

定義 0.1 (確率微分方程式)

$$dr = \omega(t)dt + \sigma dZ + \Phi(\mu, \gamma^2)dq \rightarrow \begin{cases} \text{<Poisson イベントが生起しない場合>} \\ dr = \omega(t)dt + \sigma dZ \\ \text{<Poisson イベントが生起する場合>} \\ dr = \omega(t)dt + \sigma dZ + \Phi(\mu, \gamma^2) \end{cases} \quad (0.1)$$

ただし、

r : 短期利子率過程

σ : 重要な新しい情報が全く到着しないときの瞬間的期待収益率の標準偏差

dZ : 標準 Brown 運動

$\Phi(\mu, \gamma^2)$: 平均 μ 、分散 γ^2 の正規分布の確率密度関数¹³⁾

$$\omega(t) = \frac{dF(0,t)}{dt} + \sigma^2 t - \mu\lambda + \frac{3}{2}\gamma^2\lambda^2 t^2$$

ただし $F(0, t)$: 時点 0 における t 時点に対する瞬間的 forward rate¹⁴⁾

dq : 瞬間的な 1 への増分¹⁵⁾

$$dq = 1 \text{ (確率 } \lambda dt), dq = 0 \text{ (確率 } 1 - \lambda dt) \quad \square$$

注意 0.2 (無裁定性)

上記確率微分方程式は無裁定モデルである。 □

[証明] Wang [1997] pp21-25 を参照せよ。

12) たとえば Poisson イベントを金利 Jump と限定している。

13) Jump Magnitude と呼ばれる。

14) 満期 t を持つ割引債の現時点における価格を $P(0, t)$ とおけば $\frac{\partial \ln P(0,t)}{\partial t} = F(0,t)$

15) q は 0 からスタートし、Poisson イベントが生起する度に 1 ずつ増加する。 dq は瞬間 t における瞬間的な q の変分であるため、最大 1 であると解釈すればよい。

系 0.3 (割引債)

$P(r, \tau)$: 割引債価格、 $\tau = T - t$: 残存期間 とすると

$$P(r, \tau) = \exp(D(\tau)) \exp(-r\tau).$$

ただし、

$$D(\tau) = N\tau^3 + M\tau^2 - T \frac{\partial \ln P(0, T)}{\partial T} + t \frac{\partial \ln P(0, t)}{\partial t} + \ln \left[\frac{P(0, T)}{P(0, t)} \right].$$

ここで

$$N = \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\lambda}{3} \left\{ \frac{\gamma^2 + \mu^2}{2} - \lambda\gamma^2 \right\} + \frac{1}{2} \lambda_j^2 \gamma^2,$$

$$M = \frac{\lambda_r \sigma - \sigma^2 T}{2}.$$

ただし λ_r : diffusion risk 一単位あたりの市場価格

λ_j : Jump リスクに対する価格

(0.2)

[証明] Wang [1997] pp27-28 を参照せよ。

～考察～

Wang [1997] の発想と無裁定性下での特解は Financial Engineering の「開発拡張」領域に多大な貢献をもたらす。しかし変数の定義が曖昧であり、実務で使用する場合それらをどのように求めたらよいかという点は明確でない。今後こうした点を明示していくことでモデルの完成が期待される。

参考文献

- Brennan, M. and Schwartz, E.S. [1977] "Savings Bonds, Retractable Bonds, and Callable Bonds", *Journal of Financial Economics* vol 5, No1. pp67-68
- Chan, S.K.J. [1996] "The theory of mortgage prepayment and the valuation of mortgage-backed securities using neural network with genetic algorithm training technique", Ann Arbor, Mich. : UMI Dissertation Services
- Cox, J., Ingersoll, J. and S. Ross [1985] "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica* 53, pp385-408
- Dunn, K. and McConnell [1981] "Valuation of GNMA Mortgage-Backed Securities", *Journal of Finance* 36, pp599-616
- Harris, T.E. [1974] "Contact Interaction on a Lattice," *Ann. Probab.*, 2 pp969-988
- Heath, D., Jarrow, R. and Morton, A. [1992] "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates," *Econometrica*, 60, pp77-106
- Ho, T. and Lee, S. [1986] "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims," *Journal of Finance*, 41, pp1011-1029
- Kariya, T. and Kobayashi, M. [2000] "Pricing Mortgage-Backed Securities", *Asia-Pacific Financial Markets* 7, 189-204
- Kariya, T., Ushiyama, F. and Pliska, S. [2002] "A 3-factor Valuation Model for Mortgage-Backed Securities (MBS)", (www.kier.kyoto-u.ac.jp)
- Merton, R.C [1976] "Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous", *Journal of Financial Economics* 3, pp125-144
- Schwartz, E.S. and Torous, W.N. [1989] "Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities", *Journal of Finance* 44, pp375-392
- Schwartz, E.S. and Torous, W.N. [1992] "Prepayment, Default, and the valuation of Mortgage Pass-through Securities", *Journal of Business* 65, pp221-239
- Torous, W.N. [1995] "Mortgage Backed Securities", *Handbooks in operations research and management science / editors, G.L. Nemhauser, A.H.G. Rinnooy Kan ; v. 9 Finance / edited by R.A. Jarrow, V. Maksimovic, W.T. Ziemba*, pp341-356 Elsevier, (邦訳 今野浩, 古川浩一監訳 [1997] ファイナンスハンドブック、朝倉書店)
- Vasicek, O. [1977] "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, 5 pp177-188
- Wang, W [1997] "Ho-Lee model with jump-diffusion process and bond markets", Ann Arbor, Mich. : UMI Dissertation Services, 1997
- 足立光生「株式市場における Jump とオプション評価－伝染病伝播モデルの挿入－」名古屋商科大学総合経営・経営情報学部論集 47 巻 2 号 pp19-28