

線形 Quantile Regression を用いた為替ポートフォリオの Value-at-Risk 推定

山分俊幸

1 はじめに

現在、市場リスク管理には Value-at-Risk (VaR) が幅広く用いられている。VaR は、ある一定の確率範囲内で起こりうるポートフォリオの最大損失額として表され、この確率が 99% の VaR を 99%VaR、95% の VaR を 95%VaR と呼ぶ。VaR は、JP モルガンの CEO であった D. Weatherstron が自社のポートフォリオ全体がさらされている市場リスクの大きさを一括して知りたいと考えたことから開発されたリスク指標である。

VaR の推定方法として近年多くの金融機関で用いられているのが、ヒストリカル法である。ヒストリカル法を用いた VaR の推定は、収益率の分布を仮定しないので、非線形リスクを持つオプションのリスク管理や非正規性の分布を持つ収益率のリスク管理にも使うことができる。ヒストリカル法を用いた VaR の推定は、単純に全てのデータを用いて標本分位点を計算するので、計算としては非常に簡単である。しかし、理論があまりに単純であるため、直感的に信頼されにくいという問題がある。さらに、過去に生じたケースしか扱えないため、標本データの抽出期間にリターンが安定（激しく変動）していると、リスクを過小（過大）評価するという問題もある。

山分 (2007) では、VaR を推定する手法として、線形 Quantile Regression（以下、線形 QR 法）を用いて TOPIX の VaR を推定している。そして、得られた VaR の推定精度を、上記特徴を持つヒストリカル法を用いた VaR の推定精度と比較し、線形 QR 法が、株式ポートフォリオの 99%VaR と 95%VaR どちらにおいても、ヒストリカル法よりも精度の良い VaR 推定方法であることを示している。

線形 QR 法は、被説明変数の分位点を説明変数で回帰する手法で、Koenker and Bassett (1978) によって提唱され、統計分野において用いられているノンパラメトリック推定（分布を仮定しない推定）手法の一つである。線形 QR 法を用いた VaR の推定には、既存研究として、Chernozhoukov and Umantsev (2001)、Wu and Xiao (2002) などが挙げられる。

線形 QR 法によって、VaR は、 β を p 次元のパラメータとし、 \mathbf{x}_t で表される $t - 1$ 時点で利用可能な情報から選んだ p 次元の説明変数を用いて、

$$VaR_t = \mathbf{x}'_t \beta \quad (1)$$

と表される。

ヒストリカル法が VaR の推定に過去のリターンデータのみを用いるのに対して、線形 QR 法による VaR の推定では、(1) 式で示されているように、過去のリターンデータだけでなく、様々なデータを用いることができる。よって、用いるデータをうまく選択することができれば、線形 QR 法による VaR の推定は、リターンのみを用いるヒストリカル法による VaR の推定に比べ

て、精度の良いものにすることができる。山分 (2007) では、1 日のラグ付きの TOPIX リターン、ダウリターン、ならびに TOPIX リターンの 20 日ヒストリカルボラティリティーによって線形 QR 法を用いた VaR を推定することで、線形 QR 法が、株式ポートフォリオの 99%VaR と 95%VaR どちらにおいても、ヒストリカル法よりも精度の良い VaR 推定方法であることを示している。さらに、線形 QR 法による VaR の推定では、VaR を市場から得られるデータで回帰することで、リスク量と説明変数の依存関係を明示的に示すことができる。そのため、環境変化に応じたリスクの変化を解り易く表現できる。

本論文の目的は、VaR の推定に線形 QR 法を用いることで、為替ポートフォリオについても、ヒストリカル法と比較して良い精度を示す VaR 推定手法を提示することである。さらに、得られた回帰パラメータについて考察を加えることにより、パラメータの信頼性が十分高いことを示すことである。また、前記既存研究と比較した本論文の特徴として、既存研究では説明変数として用いる変数を最初から決めて推定を行っているが、本論文では、変数減少法を用いて変数選択を行い、用いる説明変数を決めている点が挙げられる。

本論文の構成は以下の通りである。まず第 2 節で VaR の定義、推定手法ならびに推定精度評価方法について説明をする。第 3 節では、為替ポートフォリオについて VaR を推定し、推定結果を示す。そして、為替ポートフォリオリターンデータに対して線形 QR 法を用いて推定した VaR と、ヒストリカル法を用いて推定した VaR との推定精度比較を行う。また、線形 QR 法によって得られた回帰パラメータについての結果を示す。第 4 節では、結論と今後の課題を述べる。

2 VaR の定義、推定手法、推定精度評価方法

本節では、本論文で用いる VaR の定義、推定手法、推定精度評価方法について説明する。

2.1 VaR の定義

VaR とは、ある一定の確率範囲内で起こりうるポートフォリオの最大損失額である。VaR は金額で表されずリターンの大きさを表されることも多い。よって本論文では、VaR をリターンの大きさを表すこととする。したがって、 r_t を時点 t のリターンとし、 Ω_{t-1} を時点 $t-1$ で利用可能な情報とすると、時点 t における $100(1-\theta)\%$ VaR は (2) 式を満たす VaR_t である。

$$\Pr[r_t < -VaR_t | \Omega_{t-1}] = \theta \quad \theta \in (0, 1). \quad (2)$$

2.2 VaR の推定手法

本節では、まず本論文で推定に用いるヒストリカル法について、具体的な推定手順を述べる。次に、本論文の主要テーマである線形 QR 法について説明する。

2.2.1 ヒストリカル法

ヒストリカル法では、過去に発生したリターンをサンプルリターンデータとする。そして、サンプルリターンデータが将来同じ確率で発生すると考え、経験分布を用いて VaR を推定する。ヒストリカル法による VaR 推定手順は以下の通りである。

- ① 現時点を $t-1$ とし、 $t-1, t-2, \dots, t-i$ 時点 ($t > i$) のリターンデータ ($r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-i}$) をサンプルリターンデータとする。
- ② サンプルリターンデータ ($r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-i}$) を昇順に並び替えた順序統計量を (r'_1, r'_2, \dots, r'_i) とし、それぞれの順序統計量が発生する確率を等しく $\frac{1}{i}$ とする。VaR の信頼水準を $100(1-\theta)\%$ とすると、ヒストリカル法を用いて推定した時点 t における VaR は、ある整数 k を用いて (3) 式、(4) 式で表される。

- $k \leq \theta i < k+1$ と表せるとき、

$$VaR_t = -\{(\theta i - k)r'_{k+1} + (k+1 - \theta i)r'_k\}. \quad (3)$$

- $\theta i = k$ と表せるとき、

$$VaR_t = -r'_k. \quad (4)$$

上記方法が一般的なヒストリカル法である。一方、($r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-i}$) をサンプルリターンデータとしたとき、(5)式を解き、得られた $\hat{\alpha}$ の符号を逆転させることで、ヒストリカル法の VaR を得ることもできる。

$$\min_{\alpha \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{j \in \{j: r_j \geq \alpha\}} \theta |r_j - \alpha| + \sum_{j \in \{j: r_j < \alpha\}} (1-\theta) |r_j - \alpha| \right\} \quad j = t-1, t-2, \dots, t-i. \quad (5)$$

並び替えによる VaR の推定と (5) 式による VaR の推定では全く方法が異なるが、理論上は全く同じ結果が得られる。ここでは参考として、平均 0.0040%、標準偏差 1.2719% の正規分布に従うサンプルリターンデータを生成し、このサンプルリターンデータの VaR の推定結果を比較することで、2つの方法の違いを示す。サンプルデータ数は、2000 から 20000 まで 1000 ずつ変化させた。図 2.1 は、99%VaR の推定結果を、図 2.2 は 95%VaR の推定結果を表している。図 2.1、図 2.2 によると、並び替えによる VaR の推定値と (5) 式による VaR の推定値の違いは大きくても 1bp であり、ほぼ同じ値を示すことがわかる。理論上は全く同じでありながら、2つの方法で推定結果が僅かに異なる理由は、99%VaR でサンプルデータ数 2000 とすると、並び替えの場合は下から 20 番目のリターンの符号を逆転した値が VaR として推定されるのに対して、(5) 式による方法の場合は (5) 式が最小になる $\hat{\alpha}$ が並び替えの下から 20 番目と 21 番目の間の値になるからである。よって、サンプルデータ数が大きくなっていくと、2つの方法による VaR の推定値に誤差が発生する可能性は小さくなっていくことになる。図 2.3 は、99%VaR の 1 回の推定時間を、図 2.4 は 95%VaR の 1 回の推定時間を表している。図 2.3、図 2.4 によると、(5) 式による VaR の推定には、並び替えによる VaR の推定の 10 倍近い時間がかかることがわかる。これらの結果より、本論文では並び替えによってヒストリカル法の VaR を推定する。

2.2.2 線形 QR 法

Koenker and Bassett (1978) は、 r_t の θ 分位点が、(5) 式を拡張した (6) 式の解 $\hat{\beta}$ を用いて、 $x'_t \hat{\beta}$ となることを示した。

$$\begin{aligned} & \min_{\beta \in \mathbb{R}^p} \frac{1}{i} \left\{ \sum_{j \in \{j: r_j \geq \mathbf{x}'_j \beta\}} \theta |r_j - \mathbf{x}'_j \beta| + \sum_{j \in \{j: r_j < \mathbf{x}'_j \beta\}} (1 - \theta) |r_j - \mathbf{x}'_j \beta| \right\} \quad j = t-1, t-2, \dots, t-i \\ & = \min_{\beta \in \mathbb{R}^p} \frac{1}{i} \sum_{j=t-i}^{t-1} [\theta - I(r_j < \mathbf{x}'_j \beta)] [r_j - \mathbf{x}'_j \beta]. \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $(r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-i})$ をサンプルリターンデータ、 \mathbf{x}_j を $j-1$ 時点で利用可能な情報から選んだ p 次元の説明変数とし、 $I(\cdot)$ は定義関数を表す。

線形 QR 法による VaR の推定では、 $g(y|x)$ を y の条件付密度関数としたとき $(1 - \theta) \%$

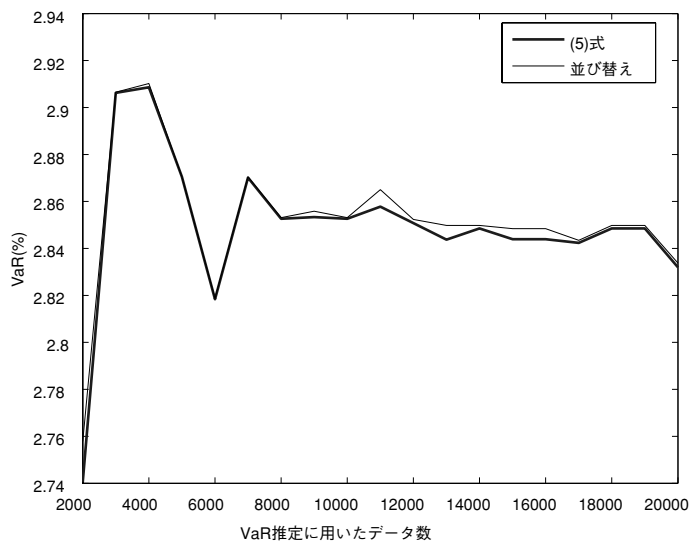


図 2.1 : 99%VaR 推定結果

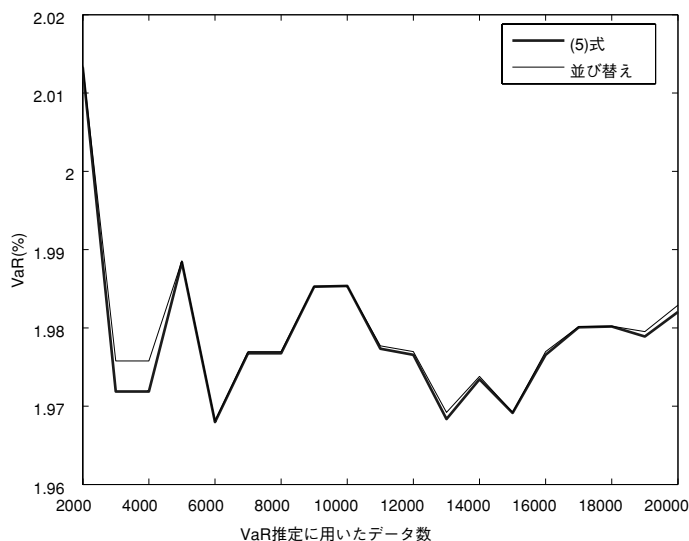


図 2.2 : 95%VaR 推定結果

VaR について(7)式が成り立つ。

$$\theta = \int_{-\infty}^{x'\beta} g(\lambda|\mathbf{x})d\lambda. \quad (7)$$

Koenker and Bassett (1978) は、(6)式推定されたパラメータ $\hat{\beta}$ が一致性や漸近正規性をもつことを証明した。(6)式からわかるように、線形 QR 法では、ヒストリカル法と同様に、分布を特定せず直接分位点を求めるところに特徴がある。

線形 QR 法は、ヒストリカル法と同様に、ポートフォリオの VaR 推定にも用いることができ

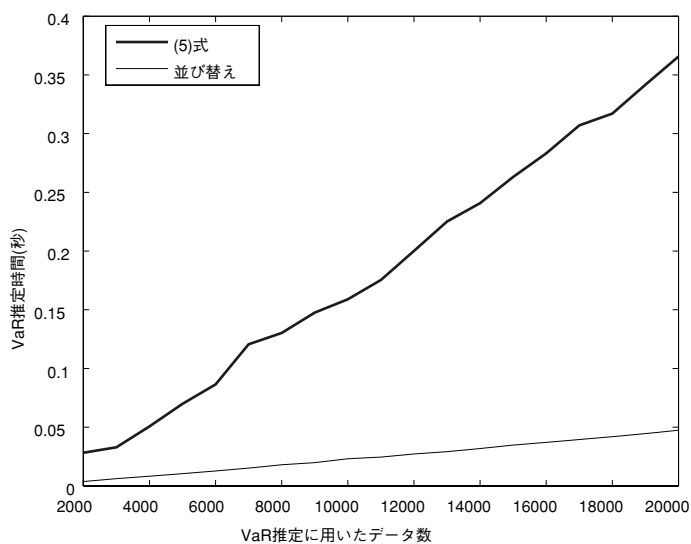


図 2.3 : 99%VaR 推定結果

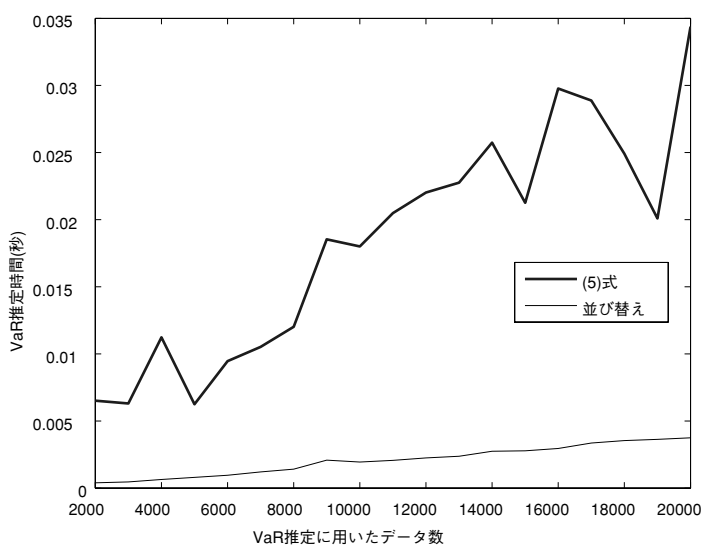


図 2.4 : 95%VaR 推定結果

る。いま、 k 個の資産について、 j 日目のリターンが

$$R_j = (r_{1,j}, \dots, r_{k,j})'$$

とする。また、 k 個の資産からなるポートフォリオの投資比率を

$$A = (a_1, \dots, a_k)$$

とする。このとき j 日目のポートフォリオリターン \hat{r}_j は、

$$\hat{r}_j = AR_j$$

となる。この手順で構築したポートフォリオリターンデータ $\hat{r}_{t-1}, \dots, \hat{r}_{t-i}$ に対して線形 QR 法を用いることで、ポートフォリオの VaR を推定することができる。

線形 QR 法を用いた VaR の推定は、VaR の概念が一般化するとともに研究され始めた。代表的なものとしては、Chernozhukov and Umantsev (2001)、Wu and Xiao (2002) が挙げられる。Chernozhukov and Umantsev (2001) では、Occidental Petroleum 株の VaR を、1 日前の石油現物価格のリターン、1 日前の Dow Jones Industrials のリターン、1 日前の Occidental Petroleum 株のリターンを説明変数とした線形 QR 法によって求めている。推定結果では、得られたパラメータの符号、水準、信頼水準に関する考察を行っている。また、定数項以外のパラメータが 0 であるという帰無仮説に対して Wald 検定を行うことで、ヒストリカル法を用いて推定した VaR と、線形 QR 法を用いて推定した VaR が統計的に異なることを示している。しかし、推定された VaR の推定精度については言及していない。Wu & Xiao (2002) では、S&P500 Index のラグ付き日次リターンのみを説明変数とした線形 QR 法によって、S&P500 Index の日次リターンの VaR を推定している。また、Left tail measures として、VaR だけでなく conditional mean of losses larger than the 100 θ % level VAR (MLL)

$$MLL = -E[r_t | r_t \leq -VAR_t(\theta); \Omega_t]$$

および standard deviation of losses larger than the 100 tht% level VAR (SDLL)

$$SDLL = \sqrt{E\left\{ \left[r_t - E(r_t | r_t \leq -VAR_t(\theta); \Omega_t) \right]^2 | r_t \leq -VAR_t(\theta); \Omega_t \right\}}$$

も推定している。考察では、S&P500 Index の日次リターンが、正規分布、GARCH 過程、GARCH-jump 過程、regime-switching 過程に従うと仮定してシミュレーションを行い、5%VaR、5%MLL、5%MLL+5%SDLL それぞれを用いたリスクマネジメントのパフォーマンスを比較している。しかし、VaR の推定で一般的に最もよく用いられている推定精度評価方法であるバックテストは行っていない。また、推定された回帰パラメータに関する考察は全く行っていない。

2.2.3 線形 QR 法の変数選択

本論文では、線形 QR 法の変数選択に変数減少法を用いる。具体的には、まずフルモデルとして、用意した説明変数全てを用いて、線形 QR 法で VaR を推定し、定数を含めたそれぞれの項について信頼性テストである Wald テストの P 値を求める。そして 10% を超えて最も大きい P 値を示した項を除き、残った項を用いて再び線形 QR 法で VaR を推定する。この操作をそれぞ

れの項の P 値が全て 10% を下回るまで行うことで、変数選択を行う。

2.2.3 VaR の推定精度評価方法

VaR の推定精度評価方法としては、バックテストが最も一般的である。バックテストとは、あるバックテスト期間に含まれるそれぞれの日のリターンが、その日以前のデータを用いて推定された VaR を超過していたかどうかを調査し、超過比率が 99%VaR の理想値 1%、95%VaR の理想値 5% からどれだけ乖離しているかをみることで、VaR の推定の精度を評価する方法である。具体例として、過去 1000 日分のデータから次の日の VaR を推定し、バックテスト期間を 1500 日とする場合を考える。ここで現時点 $t-1$ をバックテスト期間最終日とすると、バックテスト期間初日は時点 $t-1500$ となる。そして、まず時点 $t-1501$ から時点 $t-2500$ までの過去 1000 日分のデータを用いて時点 $t-1500$ の VaR を推定し、時点 $t-1500$ のリターンがその日の VaR を超過していたかどうかを調べる。次に、時点 $t-1500$ から時点 $t-2499$ までの過去 1000 日分のデータを用いて時点 $t-1499$ の VaR を推定し、時点 $t-1499$ のリターンがその日の VaR を超過していたかどうかを調べる。このようにして、時点 $t-1500, t-1499, \dots, t-1$ それぞれについて、その日のリターンが過去 1000 日のデータを用いて推定した VaR を超過していたかどうかを調べ、1500 日間の超過回数を 1500 で割れば、超過比率が計算される。

なお、マーケットリスク規制では、自己資本の計測に銀行の内部モデルを用いる場合、99%VaR の超過比率を用いたバックテストが義務付けられている。そして、250 個の標本において、5 回以上の超過があったときには、自己資本の追加が課されることになっている。つまり、銀行にとっては、推定される 99%VaR の超過比率が 2% 未満となる必要がある。

3 為替ポートフォリオの VaR の推定

本節では、まず推定に用いるデータの説明をする。そして、任意に構築した為替ポートフォリオのリターンデータに対して線形 QR 法を用いて推定した VaR と、ヒストリカル法を用いて推定した VaR との推定精度比較を行う。また、線形 QR 法によって得られた回帰パラメータについての結果を示す。

3.1 推定に用いるデータ

本論文では、ヒストリカル法、線形 QR 法を用いた VaR の推定の為に、1996 年 11 月 28 日から 2007 年 7 月 13 日までの円アメリカドルレート、円イギリスポンドレート、円オーストラリアドルレート、円スイスフランレート、円カナダドルレート、円ニュージーランドドルレートの日次データ¹を、線形 QR 法の説明変数とするために、TOPIX の日次リターンデータ、ダウの日次リターンデータを用いる。そして、各通貨への投資比率をランダムに決定した為替ポートフォリオの VaR を推定する。本節で用いた為替ポートフォリオの投資比率は表 3.1 の通りである。

¹Infoseek 楽天マネーより取得した全て円建て換算のデータを基に作成。

表 3.1：為替ポートフォリオの投資比率

	ポジション
アメリカドル	0.2419
イギリスポンド	0.0589
オーストラリアドル	0.1545
スイスフラン	0.1237
カナダドル	0.2269
ニュージーランドドル	0.1941

表 3.2 は、本節で用いる為替ポートフォリオリターンデータ全体の基本統計量を表している。データ全体では、尖度が正規分布の 3 を超えており、ファットテイルが確認できる。

表 3.2：為替ポートフォリオリターンの基本統計量

	為替ポートフォリオ
平均	0.0062
標準偏差	0.5928
最大	3.3170
最小	- 4.1245
歪度	- 0.5685
尖度	6.4375

* データは全て % 表記に変換したものをを用いている

3.2 推定結果

本論文では、それぞれ 1 日のラグつきの為替ポートフォリオリターン、TOPIX リターン、ダウリターンならびに為替ポートフォリオリターンの 20 日ヒストリカルボラティリティを用いて、線形 QR 法により為替ポートフォリオリターンの 99%VaR、95%VaR を推定する。上記 4 つの指標を用いる理由は、為替ポートフォリオリターンの将来を予測する上で、これらの指標が投資家にとって重要視されていると考えられるからである。そして、ヒストリカル法による 99%VaR、95%VaR の推定を行い、それぞれの VaR 推定法の精度について比較する。

3.2.1 バックテスト結果

本論文では、線形 QR 法、ヒストリカル法で 1500 日のバックテスト期間をそれぞれ一致させてバックテストを行っている。そして、線形 QR 法を用いた VaR の推定では、最初の 19 日分を為替ポートフォリオの 20 日ヒストリカルボラティリティの計算のみに用い、過去 1019 日分のデータから次の日の VaR を推定している。そしてヒストリカル法では、過去 1000 日分のデータから次の日の VaR を推定している。

さらに本節では、1 回目のバックテスト期間を 2000 年 10 月 26 日から 2006 年 7 月 28 日までの 1500 営業日とし、2 回目のバックテスト期間を 2000 年 10 月 27 日から 2007 年 7 月 31 日までの 1500 営業日とするように、バックテスト期間を 1 営業日ずつずらし、250 回のバックテストを行っている。

図 3.1 は、この 250 回のバックテストから得られるのが替ポートフォリオの 99%VaR の超過比率の推移を表している。図 3.2 は、為替ポートフォリオの 95%VaR について超過比率の推移を

表している。図 3.1 によると、線形 QR 法を用いて推定した 99%VaR は、全てのバックテストで超過比率が 1% を超えており、ヒストリカル法を用いて推定した 99%VaR と比較して、期間の前半では推定精度が勝っているが、後半では劣っていることがわかる。図 3.2 によると、線形 QR 法を用いて推定した VaR は、ヒストリカル法を用いて推定した VaR と比較して、全てのバックテストで推定精度が良いことがわかる。また、株式ポートフォリオの推定結果に比べて、特にヒストリカル法を用いて推定した 95%VaR の推定精度が低いことがわかる。この理由として、為替ポートフォリオリターンの標本データを抽出した期間にリターンの激しい変動があり、一方でリターンの変動のあまり激しくない時期がバックテスト期間になったことで、バックテスト期間のリスクを過大に評価してしまったためであると考えられる。

なお、マーケットリスク規制により、銀行にとっては、推定される 99%VaR の超過比率が 2% 未満となる必要があるが、線形 QR 法を用いた 99%VaR で、超過比率は最大でも 1.4%、ヒストリカル法を用いた 99%VaR では超過比率が 1% を常に下回るという結果になっている。

表 3.3 は、バックテストから得られる VaR の超過比率と理想値との乖離の大きさの平均値を示している。表 3.3 によると、線形 QR 法を用いて推定した為替ポートフォリオの VaR の精度は、ヒストリカル法を用いて推定した為替ポートフォリオの VaR の精度と比較して、99%VaR では平均して 0.02% 推定精度が悪化している。しかし、その差はほとんどなく、線形 QR 法を用いて推定した 99%VaR の推定精度と、ヒストリカル法を用いて推定した 99%VaR の推定精度は、ほとんど同じであるといえる。また、95%VaR では平均して約 1.20% 推定精度が改善していることがわかる。

表 3.3：為替ポートフォリオ VaR の超過比率と理想値との乖離の大きさの平均値

	99%VaR (%)	95%VaR (%)
線形 QR 法	0.2128	0.7995
ヒストリカル	0.1893	1.9995

次に、VaR の推定例と実際のリターンとの関係を示す。図 3.3、図 3.4 は、それぞれ 2006 年 7 月 28 日から 2007 年 7 月 13 日における実際のリターンと、符号を逆にした為替ポートフォリオの 99%VaR、95%VaR を示している。図 3.3、図 3.4 によると、線形 QR 法を用いて推定した VaR は、ヒストリカル法を用いて推定した VaR に比べて、リターンに対する感応度が大きい。そして、多くの期間において、線形 QR 法を用いて推定した VaR の絶対値は、ヒストリカル法を用いて推定した VaR の絶対値比べて小さくなっているため、資本の効率的使用が出来るということがわかる。また、特に図 3.4 によると、線形 QR 法を用いて推定した VaR は、短い期間で激しく変化している。そして、推定した VaR が小さいために、あまり大きくない損失のときに、リターンが VaR を超過していることがわかる。一方、ヒストリカル法を用いて推定した VaR は、2007 年 2 月末から 3 月初めにかけて為替ポートフォリオが激しく変動したときにのみ、リターンが VaR を超過していることがわかる。

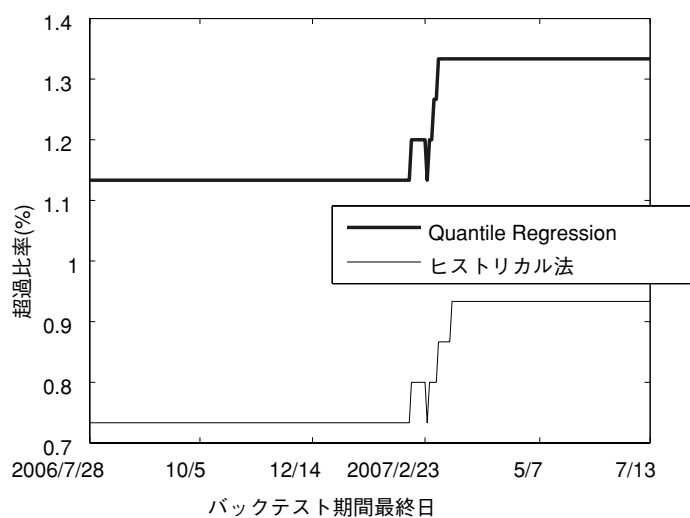


図 3.1：為替ポートフォリオ 99%VaR の超過比率の推移

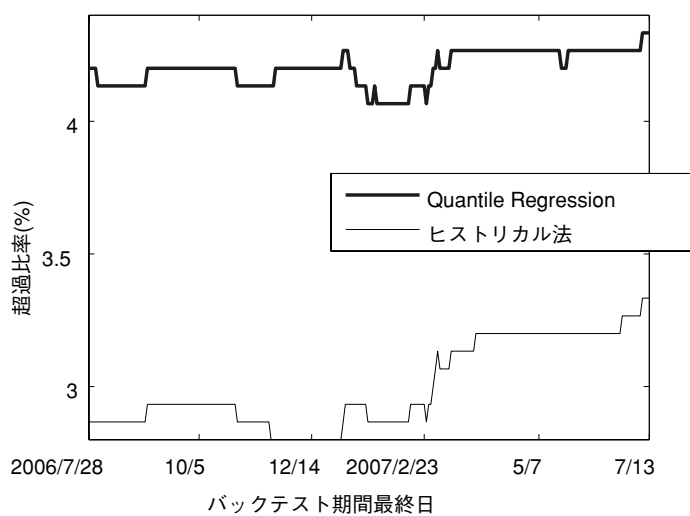


図 3.2：為替ポートフォリオ 95%VaR の超過比率の推移

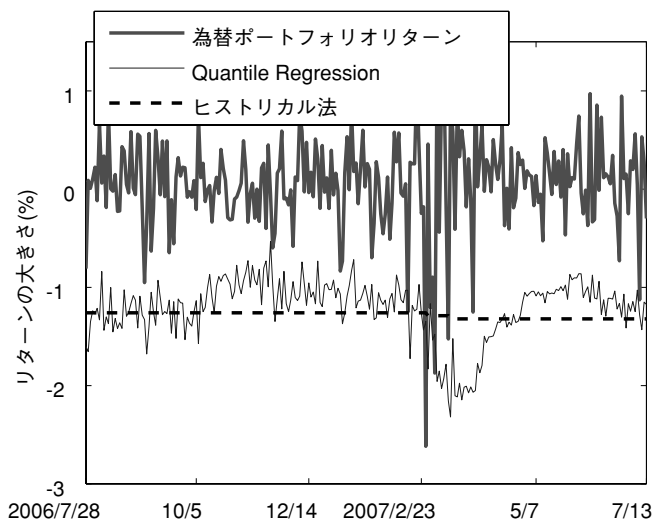


図 3.3：為替ポートフォリオ 99%VaR の推定例

3.2.2 パラメータ推定結果

表 3.4 は、2007 年 7 月 13 日における為替ポートフォリオの VaR のパラメータ推定値ならびに Wald テストを用いて計算した P 値を示している。2007 年 7 月 13 日における為替ポートフォリオの 99%VaR では、変数減少法により、説明変数から 1 日のラグ付きダウリターン項が、95%VaR では、説明変数から 1 日のラグ付き TOPIX リターン項と 1 日のラグ付きダウリターン項が除かれている。表 3.4 より、パラメータについては以下のことがわかる。定数項は 99%VaR、95%VaR とともに正となっている。また、1 日のラグ付きポートフォリオリターン項のパラメータ

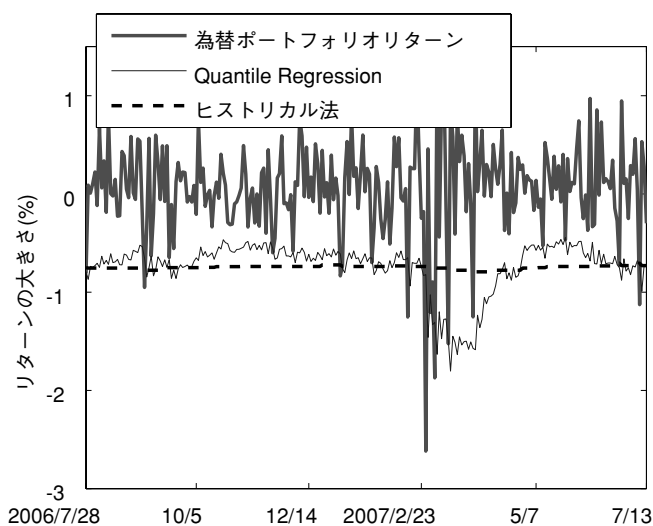


図 3.4：為替ポートフォリオ 95%VaR の推定例

は、99%VaR、95%VaRともに負になっているので、前日のポートフォリオリターンがプラスになれば、VaRを押し下げ、マイナスになれば、VaRを押し上げることになる。1日のラグ付きTOPIXリターン項のパラメータは、99%VaRで正になっている。よって、前日のTOPIXリターンがプラスになれば、VaRを押し上げ、マイナスになれば、VaRを押し下げることがわかる。ヒストリカルボラティリティ項のパラメータについては、99%VaR、95%VaRともに正となっている。よって、ヒストリカルボラティリティが増加すれば、VaRも増加し、ヒストリカルボラティリティが減少すれば、VaRも減少することがわかる。

4 結論と今後の課題

本論文では、任意に構築した為替ポートフォリオのVaRを線形QR法によって推定し、得られたVaRの精度をヒストリカル法を用いたVaRの推定の精度と比較した。また、線形QR法によって得られる回帰パラメータの考察を行った。結果として、線形QR法は、ヒストリカル法よりも精度の良い為替ポートフォリオのVaR推定方法であることがわかった。また、得られた回帰パラメータは、妥当な符号、水準を持ち、信頼性も十分高いものであった。

本論文で線形QR法の説明変数として用いたのは、1日のラグ付きの為替ポートフォリオリターン、1日のラグ付きのTOPIXリターン、1日のラグ付きのダウリターンならびに為替ポートフォリオリターンの20日ヒストリカルボラティリティであった。得られた結果はヒストリカル法に比べて良いものであったが、線形QR法によるVaRの推定に用いる説明変数の選択には、未だ研究の余地がある。例えば、1日のラグ付きリターンの代わりに、過去リターンの平均をつかうことも可能である。そうすることで、VaRの推定値の変化をなめらかにすることが可能になる。

また、サブプライム問題が明らかになる以前と以後を比較すると、まるでリターンの分布が変化したかのように、以後の為替リターンの変動が激しくなっている。そして、既存の分散共分散法、ヒストリカル法、QR法では、リターンの分布が急激に変化する状況では推定精度が大きく低下するという問題がある。一方、分布の変化をモデル化する手法に、Regime Switchingモデルがある。このRegime Switchingモデルを用いて得られるリターンの分布の変化を表す

表 3.4：為替ポートフォリオのパラメータ推定結果（2007年7月13日）

	99% VaR (%)	95% VaR (%)
定数項 (P 値)	0.6847 (0.0075)	0.1958 (0.0758)
1日のラグ付き為替ポートフォリオリターン項 (P 値)	-0.2180 (0.0231)	-0.1578 (0.0750)
1日のラグ付きTOPIXリターン項 (P 値)	0.1031 (0.0205)	
1日のラグ付きダウリターン項 (P 値)		
ヒストリカルボラティリティ項 (P 値)	1.2608 (0.0265)	1.2735 (0.0000)

変数を線形 QR 法の説明変数として取り込むことができれば、リターンの分布が急激に変化する状況でも推定精度の高い VaR 推定方法が得られるのではないかと考えている。

参考文献

- 安藤美孝、「ヒストリカル法によるバリュエーション・アット・リスクの計測：市場価格変動の非定常性への実務的対応」『金融研究』23（別冊2）、2004年11月、1-41ページ
- 木島正明編著、『金融リスクの計量化【上】バリュエーション・アット・リスク』金融財政事情研究会、1998年、217ページ
- 山下智志、『市場リスクの計量化と VaR』、朝倉書店、2000年、163ページ
- 山分俊幸、「Quantile Regression とヒストリカル法を用いた Value-at-Risk 推定の精度比較」『名古屋商科大学総合経営・経営情報論集』第51巻2号、2007年、131-138ページ
- Chernozhukov, V. and L. Umansev, "Conditional value-at-risk : Aspects of modeling and estimation", *Empirical Economics* 26, 2001, pp271-292.
- Ferguson, T.S., *Mathematical Statistics: A Decision Theoretic Approach*, Academic Press, 1967, pp396.
- Glosten, L.R., Jagannathan, R. and Runkle, D., "On the relation between the expected value and the volatility of nominal excess returns on stocks", *Journal of Finance*, 48, 1993, pp1779-1801.
- Koenker, R., *Quantile Regression*, Cambridge University Press, 2005, pp366.
- Koenker, R. and G. Bassett, "Regression quantiles", *Econometrica* 46, 1, 1978, pp33-50.
- Wu, G. and Z. Xiao, "An analysis of risk measures", *Journal of Risk* 4, 4, [2002], pp53-75.
- Zakoian, J.M., "Threshold heteroskedastic models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 1994, pp931-955.