

株式市場におけるトレーダーのリスク回避度の推定： マーケット・マイクロストラクチャーの視点から

橋本尚史*

要約

現在の金融政策の方向性や多くの研究において証券市場におけるトレーダーのリスク回避度の計測は重要である。その計測方法として、投資家に対するアンケート調査や日経平均オプションの価格からトレーダーが予想している日経平均のボラティリティを推定する方法が用いられている。本研究では、一般に公開されているデータを用いることで証券市場のうち株式市場におけるトレーダーのリスク回避度が推定可能であることを理論的に示している。

JEL Classification: G02, G11, G14

Key Words: ビッド・アスク・スプレッド, リスク回避度

*名古屋商科大学経済学部, 〒470-0193 愛知県日進市米野木町三ヶ峯4-4, E-mail: hashimoto-hisa@nucba.ac.jp

1 はじめに

今まで証券価格の効率性（ランダムウォーク仮説）に関してさまざまな研究がおこなわれている。たとえば、証券価格の効率性を調べる方法の一つとして、対数収益率の1次及び2次自己相関が同時に有意にゼロとなるか検定をおこなう方法がある。他にも連検定が挙げられる。刈屋・照井(1997)[3]は、1989年8月16日から1993年10月1日までの日経225平均指数採用銘柄株価を分析対象として、対数収益率の1次及び2次自己相関が同時に有意にゼロとならない銘柄が、5パーセント有意水準では52銘柄、1パーセント有意水準では23銘柄あることを示した。すなわち、日経225平均指数採用銘柄の一部は、ランダムウォーク仮説が認められなかったということである。Roll (1984)[9]は株式の期待収益がゼロという点で市場が効率的であっても実効スプレッド（取引コスト）の存在が株式収益に関する1次の自己相関に影響を与えることを理論モデルで証明している。そして、日次データと週次データとそのモデルを用いて実効スプレッドの推定をおこない、理論モデルの有効性が確かめられている。

一方で、Roll (1984)[9]における執行システムはマーケットメーカー（ディーラー）市場に対する分析である。すなわち、その市場においては、マーケットメーカーがビッド価格（買い価格）とアスク価格（売り価格）を独占的に価格付けしてトレーダーと取引をおこなっている。一方で、東京証券取引所をはじめ多くの証券取引所ではトレーダーが指値注文を用いて競争的にビッド価格とアスク価格を付ける、すなわち指値注文市場である。また、Roll (1984)[9]のモデルでは市場における売り手と買い手の割合が等確率と仮定されている。しかし、売り手と買い手の割合も必ずしも等確率ではない。本論文では、Roll (1984)[9]を指値注文市場に対応できるようにモデルの拡張をおこなう。すなわち、トレーダーの指値注文戦略について理論モデルを構築する。そして、そのモデルを用いることで株式市場におけるトレーダーのリスク回避度が一般に公開されているデータで計測可能であることを理論的に示す。

本論文の構成は、以下のとおりである。次節では、モデルの設定がおこなわれ、つづく3節ではトレーダーの戦略モデルについて考える。そして、4節では結論と今後の課題を述べる。

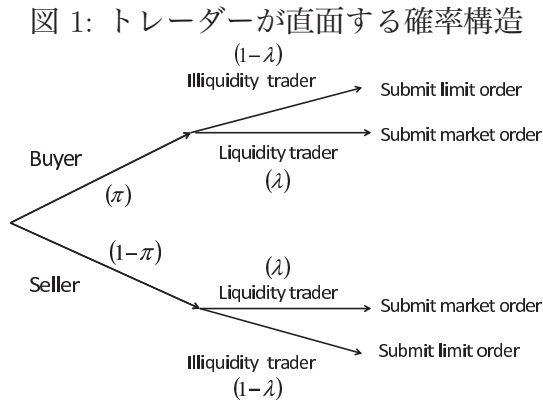
2 モデルについて

2.1 指値注文市場

指値注文市場では執行されていない指値注文の状態をあらわした板というのがある。それを見て、トレーダーは売り・買い、数量、そして価格を決めた注文である指値注文や売り・買い、数量だけを決めた注文である成行注文を出す。その市場システムでは買い（売り）指値注文と売り（買い）成行注文が価格優先ルールや時間優先ルールに従い取引価格が決定される。したがって、逐次記録されている取引価格は買い成行注文と売り指値注文、または売り成行注文と買い指値注文のマッチングで決まったものである。この取引システムを採用している市場として東京証券取引所が挙げられる。詳細については太田亘・宇野淳・竹原均（2011）[1]を参照のこと。

2.2 モデルの設定

本論文でトレーダーが直面している確率構造は以下のとおりとする。



すなわち、買いトレーダーが来る確率を π 、売りトレーダーが来る確率を $1 - \pi$ とする。また、それぞれのトレーダーのうち流動性トレーダーが来る確率を λ 、非流動性トレーダーが来る確率を $1 - \lambda$ とする。流動性トレーダーとは市場外の取引要因（提供した金融商品の突如の解約など）による取引動機によって売買をおこなうトレーダーのことである。すなわち、売買取引自体が重要であり、多少不利な取引価格でも受け入れると考えられる。したがって、流動性トレーダーは買い（売り）成行注文のみを出すとする。一方で、非流動性トレーダーは買い（売り）指値注文のみを出すとする。

以上の確率構造とRoll(1984)と同じく市場が効率的である仮定($E[\Delta P_t] = 0$)のもと以下のモデルを設定する.

$$\tilde{P}_t = \tilde{V}_t + C \times I_t \quad (1)$$

$$\tilde{V}_t = V_{t-1} + \epsilon_t \quad \epsilon_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2) \quad (2)$$

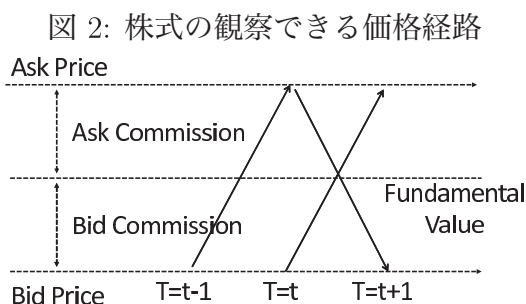
$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{確率 } \pi\lambda \quad (\text{買い成行注文}) \\ -1 & \text{確率 } (1-\pi)\lambda \quad (\text{売り成行注文}) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 P_t は観察できる株式市場の取引価格をあらわし、 V_t は、 t 期において観察できない株式の本源的価値、 C はコミッション(手数料)をあらわす。すなわち、 $2 \times C$ はRoll(1984)[9]における実効スプレッドと同じである。ただし、実効スプレッドと建値スプレッドは異なる。詳細は、Huang and Stoll(1996)[7]を参照のこと。 I_t は注文の種類をあらわす指示関数であり、 t 期の取引がアスク価格でおこなわれた(トレーダーの買い成行注文)か、ビッド価格でおこなわれた(トレーダーの売り成行注文)かを示し、トレーダーが買い成行注文を出す確率を $\pi\lambda$ 、トレーダーが売り成行注文を出す確率を $(1-\pi)\lambda$ 、($0 < \pi < 1, 0 < \lambda < 1$)とする。また、 I_t と I_{t+k} ($k \neq 0$)は独立であるとする。

以上より、価格変化 ΔP_t の過程は、

$$\Delta P_t = \epsilon_t + C \times (I_t - I_{t-1}) \quad (4)$$

であらわされる。図2は $T = t-1$ においてビッド価格(トレーダーの売り成行注文)で取引がおこなわれた場合を描いている。



したがって、この場合の ΔP_t と ΔP_{t+1} の確率分布は以下のとおりである。

表 1: ΔP_t と ΔP_{t+1} の確率分布($T = t-1$ が売り注文の場合)

	ΔP_t		
	0	$2C$	
ΔP_{t+1}	$-2C$	0	$\pi(1-\pi)\lambda^2$
	0	$(1-\pi)^2\lambda^2$	$\pi^2\lambda^2$
	$2C$	$\pi(1-\pi)\lambda^2$	0

同様に考えて、 $T = t - 1$ においてアスク価格（トレーダーの買い成行注文）で取引がおこなわれた場合の確率分布は以下のとおりである。

表 2: ΔP_t と ΔP_{t+1} の確率分布 ($T = t - 1$ が買い注文の場合)

		ΔP_t	
		0	$-2C$
ΔP_{t+1}	$-2C$	$\pi(1 - \pi)\lambda^2$	0
	0	$\pi^2\lambda^2$	$(1 - \pi)^2\lambda^2$
	$2C$	0	$\pi(1 - \pi)\lambda^2$

以上から ΔP_t と ΔP_{t+1} の結合確率分布は以下のとおりである。

表 3: ΔP_t と ΔP_{t+1} の結合確率分布

		ΔP_t		
		$-2C$	0	$2C$
ΔP_{t+1}	$-2C$	0	$\pi^2(1 - \pi)\lambda^3$	$\pi(1 - \pi)^2\lambda^3$
	0	$\pi(1 - \pi)^2\lambda^3$	$\pi^3\lambda^3 + (1 - \pi)^3\lambda^3$	$\pi^2(1 - \pi)\lambda^3$
	$2C$	$\pi^2(1 - \pi)\lambda^3$	$\pi(1 - \pi)^2\lambda^3$	0

また式 (3) から以下のことがわかる。

$$E [I_t^2] = \lambda \quad (5)$$

$$E [I_t] = 2\pi\lambda - \lambda \quad (6)$$

式 (4) と式 (5), 式 (6) から価格変化 ΔP_t の平均, 分散は以下のとおりである。

$$E [\Delta P_t] = 0 \quad (7)$$

$$Var [\Delta P_t] = \sigma^2 + 2C^2\lambda [(1 - \lambda) + 4\pi\lambda(1 - \pi)] \quad (8)$$

また, 式 (8) と表 3 より価格変化に関する 1 次の共分散および自己相関は以下のとおりである。

$$Cov [\Delta P_t, \Delta P_{t+1}] = -4C^2\pi(1 - \pi)\lambda^3 \quad (9)$$

$$\rho [\Delta P_t, P_{t+1}] = \frac{-4C^2\pi(1 - \pi)\lambda^3}{\sigma^2 + 2C^2\lambda [(1 - \lambda) + 4\pi\lambda(1 - \pi)]} \quad (10)$$

式 (10) から市場が効率的である場合でも株式の価格変化の 1 次の自己相関が必ず負になることが示された。また, 式 (9) において $\pi = \frac{1}{2}$, $\lambda = 1$ そして $C = \frac{1}{2}S$ とした場合, Roll (1984)[9] と同様の結果である。

3 トレーダーの戦略

指値注文市場では、売り（買い）指値注文と買い（売り）成行注文がマッチングして注文が執行されるシステムである。したがって、非流動性トレーダーは執行されやすい指値注文の価格を考える。たとえば、買い指値注文（価格と数量を指定した買い注文）を非流動性トレーダーが出した場合、次に来るトレーダーが流動性トレーダーで売り成行注文（数量のみ指定した売り注文）を出されない限り買い指値注文は執行されない。また、次に来る非流動性トレーダーがより高い価格を指定した買い指値注文を出した場合、売り成行注文が来るとその高い価格を指定した買い指値注文が優先的に執行される。すなわち、時間の経過とともに指値注文が執行される確率は下がる可能性がある。このように指値注文市場における非流動性トレーダーは指値注文が執行されるかどうか不確実性に直面している。したがって、本節ではリスク回避的な非流動性トレーダーが付けるビッド（アスク）・コミッションについて分析をおこなう。本論文では、リスク回避的な非流動性トレーダーは以下のような期待効用関数をもつと仮定する。

$$E[U] = E[\tilde{W}] - \frac{\gamma}{2} \text{Var}[\tilde{W}] \quad (11)$$

ただし、 \tilde{W} は非流動性トレーダー取引で手に入れる富（コミッション）、 $\gamma (> 0)$ は非流動性トレーダーのリスク回避係数である。そして、非流動性トレーダーは期待効用を最大化するようにコミッション（手数料）を決定するとする。すなわち、

$$\max_C E[\tilde{W}] - \frac{\gamma}{2} \text{Var}[\tilde{W}] \quad (12)$$

である。非流動性トレーダーが売り手になるか買い手になるかは外性的に決定されるとする。

たとえば、 $T = t - 1$ で売り手の非流動性トレーダーが手に入れるアスク・コミッション (AC) を決定する場合、式 (12) は以下のとおりである。また、Handa et al. (2003)[6] と同じくアスク・コミッションは1期間のみ有効であるとすると、

$$\max_{AC} E[\tilde{W}] - \frac{\gamma A}{2} \text{Var}[\tilde{W}] \quad (13)$$

$$s.t. \quad \tilde{W} = I_t^A [AC + V_{t-1} - \tilde{V}_t] \quad (14)$$

ただし、 I_t^A は売り手の非流動性トレーダーにとって t 期における注文が買い成行注文かそれ以外の注文かをあらわす指示関数、 γ_A は売り手の非流動性トレーダーのリスク回避係数である。すなわち、 $t-1$ 期にアスク価格を提示して t 期に買い成行注文が来れば取引は成立するが、 t 期にそれ以外の注文が来れば取引は成立しない。したがって、売り手に対する買い成行注文をあらわす指示関数は以下のとおりである。

$$I_t^A = \begin{cases} 1 & \text{確率 } \pi\lambda \quad (\text{買い成行注文}) \\ 0 & \text{確率 } 1 - \pi\lambda \quad (\text{それ以外の注文}) \end{cases} \quad (15)$$

そして、 I_t^A と $I_{t+k}^A (k \neq 0)$ は独立であるとする。また、式 (15) から

$$E[I_t^A] = \pi\lambda \quad (16)$$

$$Var[I_t^A] = (1 - \pi\lambda) \times \pi\lambda \quad (17)$$

$$E[(I_t^A)^2] = \pi\lambda \quad (18)$$

であることがわかる。したがって、

$$E[\tilde{W}] = \pi\lambda \times AC \quad (19)$$

$$Var[\tilde{W}] = \pi\lambda \times (1 - \pi\lambda) \times AC^2 + \pi\lambda \times \sigma^2 \quad (20)$$

である。式 (19) と式 (20) を式 (13) に代入すると以下のとおりになる。

$$\max_{AC} = \pi\lambda \times AC - \frac{\gamma_A}{2} (\pi\lambda \times (1 - \pi\lambda) \times AC^2 + \pi\lambda \times \sigma^2) \quad (21)$$

これを満たす AC^* は一階の条件から以下の式が成立する。

$$\begin{aligned} \pi\lambda - \frac{\gamma_A}{2} (2AC^* \times \pi\lambda \times (1 - \pi\lambda)) &= 0 \\ AC^* &= \frac{1}{\gamma_A(1 - \pi\lambda)} \end{aligned} \quad (22)$$

同様に $T = t-1$ で買い手の非流動性トレーダーが手に入れるビッド・コミッション (BC) を決定する場合を考える。このとき (12) は以下のとおりである。

$$\max_{BC} E[\tilde{W}] - \frac{\gamma_B}{2} Var[\tilde{W}] \quad (23)$$

$$s.t. \quad \tilde{W} = I_t^B [-(V_{t-1} - BC) + \tilde{V}_t] \quad (24)$$

また、 γ_B は買い手の非流動性トレーダーのリスク回避係数、 I_t^B は買い手の非流動性トレーダーにとって t 期における注文が売り成行注文かそれ以外の注文かをあらわす指示関数であり、以下のとおりである。

$$I_t^B = \begin{cases} 0 & \text{確率 } 1 - (1 - \pi)\lambda \quad (\text{それ以外の注文}) \\ 1 & \text{確率 } (1 - \pi)\lambda \quad (\text{売り成行注文}) \end{cases} \quad (25)$$

そして、 I_t^B と $I_{t+k}^B (k \neq 0)$ は独立であるとする。また、式 (25) から

$$E [I_t^B] = (1 - \pi)\lambda \quad (26)$$

$$\text{Var} [I_t^B] = [1 - (1 - \pi)\lambda] \times (1 - \pi)\lambda \quad (27)$$

$$E [(I_t^B)^2] = (1 - \pi)\lambda \quad (28)$$

であることがわかる。したがって、

$$E [\tilde{W}] = (1 - \pi)\lambda \times BC \quad (29)$$

$$\text{Var} [\tilde{W}] = [1 - (1 - \pi)\lambda] (1 - \pi)\lambda BC^2 + (1 - \pi)\lambda \sigma^2 \quad (30)$$

である。式 (29) と式 (30) を式 (23) に代入すると以下のとおりになる。

$$\max_{BC} = (1 - \pi)\lambda \times BC - \frac{\gamma_B}{2} ([1 - (1 - \pi)\lambda] (1 - \pi)\lambda BC^2 + (1 - \pi)\lambda \sigma^2) \quad (31)$$

これを満たす BC^* は一階の条件から以下の式が成立する。

$$(1 - \pi)\lambda - \frac{\gamma_B}{2} (2BC^* \times [1 - (1 - \pi)\lambda] (1 - \pi)\lambda) = 0$$

$$BC^* = \frac{1}{\gamma_B \times [1 - (1 - \pi)\lambda]} \quad (32)$$

したがって、式 (22) と式 (32) からアスク・コミッション (AC)、ビッド・コミッション (BC) について以下のことがわかる。

1. 買い成行注文が来る確率 ($\pi\lambda$) が高いほど売り手の非流動性トレーダーは高いアスク・コミッションを付ける。逆に、それ以外の注文が来る確率 ($(1 - \pi)\lambda$) が高いほど売り手の非流動性トレーダーは低いアスク・コミッションを付ける。
2. 売り成行注文が来る確率 ($(1 - \pi)\lambda$) が高いほど買い手の非流動性トレーダーは高いビッド・コミッションを付ける。逆に、それ以外の注文が来る確率 ($1 - (1 - \pi)\lambda$) が高いほど買い手の非流動性トレーダーは低いビッド・コミッションを付ける。

3. 非流動性トレーダーがよりリスク回避的になればより低いコミッションを付ける.

3. から Shefrin and Statman(1985)[10] が示唆している売り手と買い手それぞれのトレーダーの気質効果の違いは彼らのリスク回避度の違いが要因であると考えられる. また, 式(22) と式(32) を式(7) と式(10)に代入することで株式の価格変化に関する1 次の共分散および自己相関について以下のことがわかる.

$$Cov[\Delta P_t, \Delta P_{t+1}] = -\frac{4\pi(1-\pi)\lambda^3}{\gamma_A\gamma_B(1-\pi\lambda)[1-(1-\pi)\lambda]} \quad (33)$$

$$\rho[\Delta P_t, P_{t+1}] = -\frac{4\pi(1-\pi)\lambda^3}{\sigma^2\gamma_A\gamma_B(1-\pi\lambda)[1-(1-\pi)\lambda] + 2\lambda[(1-\lambda) + 4\pi\lambda(1-\pi)]} \quad (34)$$

また, 売り手と買い手の非流動性トレーダーが同じリスク回避係数を持つとすると式(33) は以下のとおりになる.

$$Cov[\Delta P_t, \Delta P_{t+1}] = -\frac{4\pi(1-\pi)\lambda^3}{\gamma^2(1-\pi\lambda)[1-(1-\pi)\lambda]} \quad (35)$$

すなわち, 株式の価格変化に関する1 次の共分散, そして売り手の取引割合, 流動性トレーダーの取引割合がわかればその株式を取引しているトレーダーのリスク回避度が計測可能であることを示している.

4 まとめ

本論文では, Roll(1984)[9] で示された実効スプレッドの推定をおこなう理論モデルを東京証券取引所などが採用している指値注文市場に適用できるようにモデルの再構築をおこなった. その結果Roll(1984)[9] と同様に, 株式価格の変化に関する1 次の共分散および自己相関は必ず負になることがわかった. また, 株式市場のリスク回避的な売り手(買い手)のトレーダーが提示するアスク(ビッド)・コミッションについて次のことがわかった.

1. 買い成行注文が来る確率が高いほど売り手のトレーダーは指値注文で高いアスク・コミッションを提示する. 逆に, それ以外の注文が来る確率が高いほど売り手のトレーダーは指値注文で低いアスク・コミッションを提示する.

2. 売り成行注文が来る確率が高いほど買い手のトレーダーは指値注文で高いビッド・コミッションを提示する。逆に、それ以外の注文が来る確率が高いほど買い手のトレーダーは指値注文で低いビッド・コミッションを提示する。
3. トレーダーがよりリスク回避的になれば指値注文でより低いコミッションを提示する。

1, 2についてはリスク回避的なトレーダーの指値注文が執行する確率が高いほど、コミッションが高くなるということである。すなわち、売り手（買い手）のトレーダーにとって買い成行注文（売り成行注文）が来る確率が高いことは指値注文を出した売り手（買い手）のトレーダーが提示したコミッションで注文が執行する確率が高いことを意味する。したがって、指値注文を出した売り手（買い手）のトレーダーはこの場合、高いコミッションを提示するということである。逆に、指値注文を出した売り手（買い手）のトレーダーにとってそれ以外の注文が来る確率が高い場合は、指値注文を出した売り手（買い手）のトレーダーが提示したコミッションで注文が執行する確率が低いため、より低いコミッションを提示することでその執行する確率を高めると考えられる。3についてはリスク回避的なトレーダーほど指値注文を執行させたいため低いコミッションを提示すると考えられる。また、リスク回避的なトレーダーを仮定したもとと株式価格の価格変化に関する1次の共分散とトレーダーのリスク回避係数の間に以下のような式が成り立つことがわかった。

$$\gamma = \sqrt{\frac{-4\pi(1-\pi)\lambda^3}{Cov[\Delta P_t, \Delta P_{t+1}](1-\pi\lambda)[1-(1-\pi)\lambda]}}$$

すなわち、株式の価格変化に関する1次の共分散、売り手の取引割合、そして流動性トレーダーの取引割合を求めることで、その株式を取引しているトレーダーのリスク回避度が計測可能であることを示唆している。この指標で、Shefrin and Statman(1985)[10]が述べている株式市場におけるトレーダーの気質性の変化が数値で明らかになると考えられる。本論文では、価格変化に関する1次の共分散を用いることでトレーダーのリスク回避度を計測可能であることを理論的に示したが、その実証面の分析はまだである。したがって、経済的なイベントの前後（たとえば、決算報告の前後など）、大型株・中型株・小型株、などトレーダーのリスク回避度が変化するであろうケースを用いてその正確性を調べる必要がある。これについては、今後の研究課題とする。

参考文献

- [1] 太田亘・宇野淳・竹原均: 株式市場の流動性と投資家行動—マーケット・マイクロストラクチャー理論と実証, 中央経済社, 2011.
- [2] 音川和久: 投資家行動の実証分析—マーケット・マイクロストラクチャーに基づく会計学研究, 中央経済社, 2009.
- [3] 刈屋武明・照井信彦: 非線形経済時系列分析法とその応用—ガウス性検定と非線形モデル, 岩波書店, 1997.
- [4] 榊原茂樹・加藤英明・岡田克彦: 行動ファイナンス, 中央経済社, 2010.
- [5] 城下賢吾・森保洋: 日本株式市場の投資家行動分析, 中央経済社, 2009.
- [6] Handa, P., Schwartz, R., Tiwari, A. : Quote setting and price formation in an order driven market, *Journal of Financial Markets*, Vol.6, pp.461-489, 2003.
- [7] Huang, Roger D., Hans R. Stoll : Dealer versus auction markets: A paired comparison of execution costs on NASDAQ and the NYSE, *Journal of Financial Economics*, Vol.41, pp. 313-357, 1996.
- [8] Ioanid Roşu : A Dynamic Model of the Limit Order Book, *Review of Financial Studies*, Vol22, No.11, pp.4601-4641, 2009.
- [9] Roll, R. : A Simple Implicit Measure of the Effective Bid-Ask Spread in an Efficient Market, *Journal of Finance*, Vol39, No.4, pp.1127-1139, 1984.
- [10] Shefrin, Hersh, and Meir Statman : The Disposition to Sell Winners Too Early and Ride Losers Too Long: Theory and Evidence, *Journal of Finance*, Vol.40, No.3, pp.777-790.

